

10 Abbiamo $f(x) \in g(x)$: $f(x) = O(g(x))$

a) $\log f(x) = O(\log g(x))$

$\exists e, m_0 > 0$: $f(x) \leq e g(m)$

$\exists e_1, m_1 > 0$: $\log f(x) \leq e_1 \log g(x) \quad \forall m \geq m_1$

Applichiamo la funzione e^x ad entrambi i membri.

$\exists e_1, m_0 > 0$: $e^{\log f(x)} \leq e^{e_1 \log g(x)} \quad \forall m \geq m_1$

cioè : $f(x) \leq e^{e_1} g(x)$

Sotto m_0 è tale relazione è rispettata.

11 $f_1(m) = O(g_1(m))$ e $f_2(m) = O(g_2(m))$, dimostrare che

$f_1(m) + f_2(m) = O(g_1(m) + g_2(m))$, que' dimostrato in precedenza

E anche il prodotto è dimostrabile con lo stesso metodo, ed è stato dimostrato in precedenza

12 $f_1(m) = O(g_1(m))$ e $f_2(m) = O(g_2(m))$ provare $f_1(m) \cdot f_2(m) = O(g_1(m) \cdot g_2(m))$

$\exists e_1, m_0 > 0$: $|f_1(m)| \leq e_1 g_1(m) \quad \forall m \geq m_0$

$\exists e_2, m_1 > 0$: $|f_2(m)| \leq e_2 g_2(m) \quad \forall m \geq m_1$

Pongo $m_2 = \max(m_0, m_1)$ cos' vediamo subito a obiettivo.

$e_3 = \max(e_1, e_2)$

$\exists e_3, m_2 > 0$: $|f_1(m) \cdot f_2(m)| \leq e_3^2 (g_1(m) \cdot g_2(m))$

E quindi è verificata.

13 Si verifica ugualmente al numero 12

14 X