7

Se $f_1(n) = O(g_1(n))$ e $f_2(n) = O(g_2(n))$ allora $f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n) + g_2(n))$

$\exists c_2, n_0 : \quad f_1(n) \le c_2 n \quad \forall n \ge n_0$

$\exists c_1, n_0' : \quad f_2(n) \le c_1 n \quad \forall n \ge n_0'$

Se pongo $c = c_1 + c_2$ le relazioni valgono entrambe

$\exists c, n_0 : \quad f_1(n) + f_2(n) \le c(n) \quad \forall n \ge n_0$

$\quad$ " $: \quad f_1(n) + f_2(n) \le c_1 n + c_2 n \quad \forall n \ge 0$

$\quad$ " $\quad f_1(n) + f_2(n) \le O(g_1(n)) + O(g_2(n))$

Se $f_1(n) = \Omega(g_1(n))$ $f_2(n) = \Omega(g_2(n))$ allora $f_1(n) + f_2(n) = \Omega(g_1(n) + g_2(n))$

$\exists c_1, n_0 : \quad f_1(n) \ge c_1 n \quad \forall n \ge n_0$

$\exists c_2, n_0 : \quad f_2(n) \ge c_2 n \quad \forall n \ge n_0$

Ponendo $c = c_1 + c_2$ le relazioni valgono entrambe

$\exists c, n_0 : \quad f_1(n) + f_2(n) \ge c n \quad \forall n \ge n_0$

$\quad$ " $: \quad f_1(n) + f_2(n) \ge c_1 n + c_2 n \quad \forall n \ge n_0$

$\quad$ " $: \quad f_1(n) + f_2(n) \ge \Omega(g_1(n)) + \Omega(g_2(n))$

$n_0 = \max(n_0', n_0)$