Esercizio 45

Per formulare il problema dobbiamo assegnare ad ogni arco la capacità di lavoro uguale a 1 e successivamente risolvere con Ford e Fulkerson, avremo sicuramente soluzioni ottime perché calcoliamo il massimo flusso e sappiamo che $v(f) \equiv$ cammini da s e t arco-disgiunti.

No perché il valore del flusso massimo è uguale a ℓ

ES 50

Dato un grafo $G = (V, E)$ bipartito, ovvero $V = S \cup D$, con $S \cap D = \emptyset$ e $E = \{\{a,b\} : a \in S, b \in D\}$

Vogliamo un sottoinsieme di archi $M \subseteq E$ tale che $\{a,b\},\{x,y\} \in M$ e $\{a,b\} \cap \{x,y\} = \emptyset$ con M di cardinalità massima.

Risoluzione

Dato $G = (V = S \cup D, E)$, introduciamo due nuovi nodi s e t, con s connesso a ciascun nodo in S, e t connesso a ciascun nodo in D.

Gli archi in E tra nodi di S e D vengono orientati da S a D

Infine assegniamo ad ogni arco capacità pari a 1.

Abbiamo creato da G una rete di flusso $G' = (S \cup D \cup \{s,t\}, E')$ con $E' = E \cup \{(s,u) : u \in S\} \cup \{(x,t) : x \in D\}$, con capacità 1 su ogni arco.

Abbiamo quindi che vale $\max_{M: M \text{ è matching in } G} |M| = \max_{f: f \text{ è in } G'} v(f)$

Partiamo da $\max |M| \leq \max v(f)$, da M in G di cardinalità massima immaginiamo un assegnamento in G' che manda un'unità di flusso dalla sorgente s ad ogni vertice a, estremo in S dell'arco (a,b) del matching M, che manda un'unità di flusso da b alla destinazione t. L'assegnamento è un valido flusso di valore k in quanto rispetta tutti i vincoli sulle capacità e conservazione e quindi $k = \max |M| \leq \max v(f)$