Assumiamo il flusso su tale cammino, otteniamo un flusso f' che ha $v(f') = v(f) - 1$. Seguiamo gli archi con flusso 1 di tale nuovo flusso f' a partire da s e giungiamo a t, otteniamo un nuovo cammino p'. Assumiamo nuovamente il flusso, e abbiamo f'' che $v(f'') = v(f') - 2 \Rightarrow$ Così via continuiamo fino a quando non abbiamo $v(f)$ cammini tutti arco disgiunti tra di loro.

Complessità:

Per calcolare il ~~flusso~~ $v(f)$ applichiamo l'algoritmo di ~~F~~ Ford e Fulkerson $O(mC)$ dove $|E| = m$ e C è il valore di tale massimo flusso.

Vale che $C \leq \sum_{e:e \text{ uscente da } s} c(e)$, che nel nostro caso $c(e) = 1 \; \forall e \in E$ e si riduce e quindi $C \leq n = |V|$

Successivamente dobbiamo trovare i cammini su cui maggiore il flusso 1. Ogni cammino può essere trovato in $O(m)$. Ci sono al più n cammini tra s e t e quindi $O(nm)$ che è la complessità dell'algoritmo.

ESER 52

Il problema del massimo flusso con capacità sugli archi e sui vertici ha le seguenti caratteristiche,

associato ad ogni nodo $e \in E$ vi è un numero $c(e) \geq 0$, capacità dell'arco e, associato ad ogni nodo $u \in V$ vi è un numero $d(u) \geq 0$, capacità del nodo u, vi è un nodo s chiamato sorgente senza archi entranti, vi è un nodo t chiamato destinazione, senza archi uscenti.

Avremo quindi dei nuovi vincoli:

Vincoli sulla capacità $\forall e \in E \quad 0 \leq f(e) \leq c(e)$

$$\text{e } \forall u \in V \quad \sum_{e \text{ entranti in } u} f(e) \leq d(u)$$

Vincoli sulla conservazione del flusso $\forall v \in V, \; s \neq v \neq t$

$$\sum_{e \text{ entranti in } v} f(e) = \sum_{e \text{ uscenti da } v} f(e)$$