③ ⓐ $f(n) = O(n^2)$ $\quad g(n) = O(n^2)$

$$\frac{f(n)}{g(n)} = O(1)$$

, allora

$$f(n) = O(n^2)$$

$\exists n, c_1 > 0 : \quad f(n) \leq c_1 n^2$

, lo stesso vale per la $g(n)$ e quindi avremo

$\frac{c_1 n^2}{c_2 n^2} = \frac{c_1}{c_2}$ che non è altro che $O(1)$

ⓑ Se $\forall n$ $f(n) > g(n)$, allora $f(n) + g(n) = \Theta(f(n))$

Dall'ipotesi abbiamo ~~[illegible]~~ che $g(n) = O(f(n))$, quindi al più ~~[illegible]~~ $g(n)$ sarà $c_1 f(n)$, avremo poi $f(n) + c_1 f(n)$ da cui abbiamo ~~[illegible]~~ $(f(n))(c_1+1)$ e così abbiamo verificato la tesi

ⓒ $f(n) = \Theta(n)$ $\quad g(n) = (\Theta(n))$ $\quad$ allora $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

$c_1 n \leq f(n) \leq c_2 n$ $\quad , c_1 n \leq g(n) \leq c_2 n$

$f(n) = O(n)$, $g(n) = O(n)$ $\quad 2^{c_2 n} \leq 2^{c_3 n}$ $\quad$ per $c_2 = c_1$

$f(n) \leq c_2 n$, $g(n) \leq c_3 n$ $\quad \forall n \geq 1$

R tutto è banalmente verificato

ⓓ Se $f(n) = \Theta(g(n))$ allora $f(n) - g(n) = \Theta(g(n))$

~~[illegible]~~ $c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$

allora ~~[illegible]~~ $f(n) - g(n)$ sarà $\Theta(1)$, siccome le due funzioni crescono allo stesso modo, e annullandosi a vicenda, il risultato finale sarà sicuramente una funzioni